

# Rotazioni di cerchi per generare un toro

(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Scriviamo una routine con *Mathematica* tratta dal libro di Stan Wagon *Guida a Mathematica* (edito da McGrawHill), che permette di disegnare un toro e una striscia di Möbius.

Vien prima definita la matrice di rotazione attorno all'asse  $z$ :

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Il codice *Mathematica* è:

```
rotate[t_] := {{Cos[t], -Sin[t], 0}, {Sin[t], Cos[t], 0}, {0, 0, 1}}
```

Quindi si scrive il cerchio da ruotare (che giace nel piano  $xz$ ):

```
circle[t_] := {4, 0, 0} + {Cos[t], 0, Sin[t]}
```

che è il vettore colonna:

$$V(\phi) = \begin{pmatrix} 4 + \cos \phi \\ 0 \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (2)$$

Attraverso il comando `ParametricPlot3D` disegniamo il prodotto righe per colonne  $R_x(\theta) \cdot V(\phi)$ , per  $\theta, \phi \in [0, 2\pi]$ :

$$\begin{aligned} R_x(\theta) \cdot V(\phi) &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 + \cos \phi \\ 0 \\ \sin \phi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (\cos \theta)(\cos \phi + 4) \\ (\sin \theta)(\cos \phi + 4) \\ \sin \phi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

Il codice *Mathematica* è:

```
ParametricPlot3D[{rotate[theta].circle[phi]}, {phi, 0, 2 Pi}, {theta, 0, 2 Pi},  
ColorFunction -> Function[{x, y, z}, Hue[z]],  
AxesLabel -> {"x", "y", "z"}, ImageSize -> {300, 300},  
Boxed -> False, Axes -> None]
```

Il grafico è riportato in figura (1)

Per disegnare il nastro di Möbius, modifichiamo il vettore colonna (2):

$$V(\phi) = \begin{pmatrix} 4 + \lambda \cos \phi \\ 0 \\ \lambda \sin \phi \end{pmatrix}, \quad (4)$$

essendo  $\lambda$  un parametro variabile da  $-1$  a  $1$ . Il codice è:

```
circle[t_] := {4, 0, 0} + lambda*{Cos[t], 0, Sin[t]}
```

Utilizziamo quindi `ParametricPlot3D`

```
ParametricPlot3D[
```

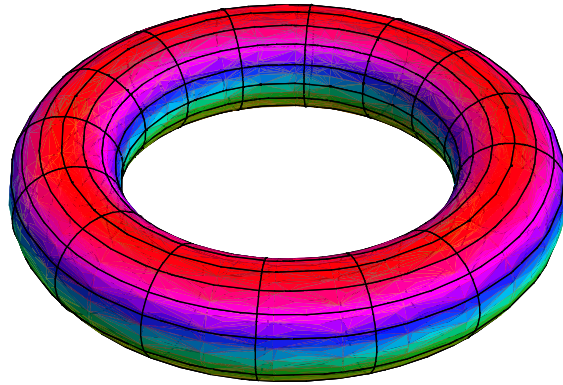


Figure 1:

```
rotate[theta].circle[theta/2], {lambda, -1, 1}, {theta, 0, 2 Pi},  
ColorFunction -> Function[{x, y, z}, Hue[z]],  
AxesLabel -> {"x", "y", "z"}, ImageSize -> {300, 300},  
Boxed -> False, Axes -> None]
```

Il grafico è riportato in figura (2)

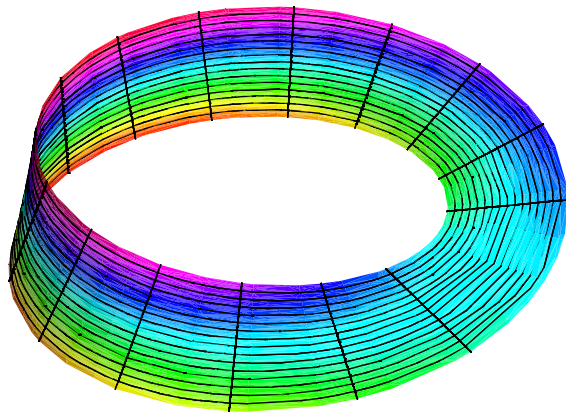


Figure 2: