Riduzione in frazioni semplici

(File scaricato da http://www.extrabyte.info)

Calcoliamo:

$$F(x) = \int f(x)\, dx, \tag{1}$$

essendo:

***

$$f(x) = \frac{x^4 + 8x^3 - x^2 + 2x + 1}{(x^2 + x)(x^3 + 1)} \tag{2}$$

Selezioniamo il secondo membro della (2), dopodiché sulla barra degli strumenti andiamo su Compute -> Polynomials -> Partial Fractions. Il risultato è:

$$f(x) = \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} + 2\frac{x}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x} \tag{3}$$

Volendo esplicitare i passaggi che portano alla riduzione in frazioni parziali, iniziamo a ridurre in fattori il denominatore della (2): andiamo su Compute -> Factor

$$(x+1)^2 \left(-x + x^2 + 1\right) x$$

Quindi la riduzione in frazioni semplici è:

$$\frac{A}{x} + \frac{B_1}{x+1} + \frac{B_2}{(x+1)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 - x + 1}$$

Ora andiamo su Compute-> Simplify, ottenendo questo risultato
: $\frac{1}{x^5+x^4+x^2+x} \left(A + xD + xB_1 + xB_2 + Ax^3 + Ax^4 + Cx^2 + 2Cx^3 + Cx^4 + 2x^2D + x^3D - x^2B_2 + x^3B_2 +\right.$
=
Per ordinare i vari termini del numeratore, lo selezioniamo e andiamo su Compute-> Polynomials-> Collect, si aprirà una finestra di dialogo che ci dice di inserire la variabile rispetto alla quale vogliamo ordinare i termini. Digitiamo x e diamo OK:
$(A + C + B_1)\, x^4 + (A + 2C + D + B_2)\, x^3 + (C + 2D - B_2)\, x^2 + (A + D + B_1 + B_2)\, x + A$
Applicando il principio di identità dei polinomi si ottiene il sistema:

$$\left\{ \begin{array}{c} A + B_1 + 0 + C + 0 = 1 \\ A + 0 + B_2 + 2C + D = 8 \\ 0 + 0 - B_2 + C + 2D = -1 \\ A + B_1 + B_2 + 0 + D = 2 \\ A + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 \end{array} \right. \tag{4}$$

Ora, con il tasto destro del mouse selezioniamo il sistema (4), quindi sulla barra degli strumenti: Compute-> Solve -> Exact, ottenendo:
, Solution is: $[A = 1, C = 2, D = 0, B_1 = -2, B_2 = 3]$
Questa è la soluzione del sistema che riproduce la riduzione (2).