Condizione di perpendicolarità di due rette

(File scaricato da http://www.extrabyte.info)

Siano r, r' due rette di un piano α (su cui è assegnato un riferimento cartesiano ortogonale $\mathcal{R}(Oxy)$). Siano $\mathbf{v}, \mathbf{v}'$ due vettori paralleli alle singole rette:

$$\mathbf{v} = l_1\mathbf{i} + l_2\mathbf{j}, \quad \mathbf{v}' = l_1'\mathbf{i} + l_2'\mathbf{j}$$

Come è noto, (l_1, l_2) è una coppia di numeri direttori di r, mentre (l_1', l_2') è una coppia di numeri direttori di r'. Evidentemente:

$$r \perp r' \Longleftrightarrow \mathbf{v} \perp \mathbf{v}' \Longleftrightarrow l_1 l_1' + l_2 l_2' = 0 \tag{1}$$

Nella rappresentazione ordinaria:

$$\begin{aligned} r &: ax + by + c = 0 \\ r' &: a'x + b'y + c' = 0, \end{aligned}$$

una coppia di numeri direttori di r è $(-b, a)$, e di r' è $(-b', a')$, quindi la (1) si scrive:

$$bb' + aa' = 0$$

Se nessuna delle due rette è parallela all'asse y, possiamo considerare l'equazione esplicita di singola retta:

$$\begin{aligned} r &: y = mx + n \\ r' &: y = m'x + n \end{aligned}$$

una coppia di numeri direttori di r è $(1, m)$, e di r' è $(1, m')$, quindi la (1) si scrive:

$$1 + mm' = 0,$$

o ciò che è lo stesso:

$$m' = -\frac{1}{m}$$