

**Esercizio 990**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{\ln^2 x}{x^n} dx$$

\*\*\*

**Soluzione**

Integriamo per parti:

$$\begin{aligned} \int \frac{\ln^2 x}{x^n} dx &= \int \ln^2 x d\left(\frac{1}{1-n}x^{1-n}\right) \\ &= \frac{1}{1-n}x^{1-n}\ln^2 x - 2 \cdot \frac{1}{1-n} \int x^{1-n} \ln x \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{x^{1-n}}{1-n} \ln^2 x - \frac{2}{1-n} \int x^{-n} \ln x dx \end{aligned}$$

Eseguiamo un'ulteriore integrazione per parti sull'integrale:

$$\begin{aligned} \int x^{-n} \ln x dx &= \int \ln x d\left(\frac{x^{-n}+1}{-n+1}\right) \\ &= \frac{1}{1-n}x^{1-n} \ln x - \frac{1}{1-n} \int x^{-n} dx \\ &= \frac{x^{1-n}}{1-n} \ln x - \frac{x^{1-n}}{(1-n)^2} \end{aligned}$$

Quindi:

$$\int \frac{\ln^2 x}{x^n} dx = \frac{x^{1-n}}{1-n} \ln^2 x - \frac{2x^{1-n}}{(1-n)^2} \ln x - \frac{2}{(1-n)^3} x^{1-n} + C$$