

**Esercizio 988**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Determinare l'equazione della famiglia  $\mathcal{F}_\perp$  delle traiettorie ortogonali alla famiglia  $\mathcal{F}$  di parabole  $y^2 = 2x + C$

\*\*\*

**Soluzione**

Le curve di  $\mathcal{F}$  sono rappresentate implicitamente:

$$\gamma) y^2 = 2x + C \tag{1}$$

Derivando primo e secondo membro:

$$2yy' = 2 \implies y' = \frac{1}{y},$$

che è la pendenza della generica curva di  $\mathcal{F}$  in un punto  $(x, y)$ . Ora la curva di  $\gamma_\perp \in \mathcal{F}_\perp$  è tale che la retta ad essa tangente nel punto di intersezione con  $\gamma$  è ivi ortogonale alla retta tangente a  $\gamma$ , donde:

$$\frac{dy}{dx} = -y$$

Integriamo per separazione di variabili, scrivendo

$$\frac{dy}{y} = -dx \tag{2}$$

Quindi

$$\begin{aligned} \int \frac{dy}{y} &= - \int dx \\ \iff \ln |y| &= -x + C_1 \\ \iff |y| &= e^{C_1} e^{-x} \end{aligned}$$

Poniamo  $C = e^{C_1}$ , per cui l'equazione della famiglia delle traiettorie ortogonali è

$$y = C e^{-x}$$