

Esercizio 986
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Determinare l'equazione della famiglia \mathcal{F} di curve di equazione $y = f(x)$ la cui pendenza nel generico punto $P(x, f(x))$ è $m = 4x$. Si determini inoltre la curva $\gamma_0 \in \mathcal{F}$ passante per $P_0(1, 5)$.

Soluzione

La pendenza della curva $y = f(x)$ nel generico punto (x, y) è:

$$m = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

Cioè:

$$\frac{dy}{dx} = 4x \tag{1}$$

La (1) è un'equazione differenziale che può essere integrata per *separazione di variabili*. Infatti, scriviamo:

$$dy = 4x dx \tag{2}$$

Integriamo ambo i membri della (2):

$$\begin{aligned} \int dy &= 4 \int x dx \\ \iff y &= 2x^2 + C \end{aligned}$$

Quindi l'equazione della famiglia è:

$$y = 2x^2 + C, \quad \forall C \in \mathbb{R}$$

Si tratta quindi di una famiglia di parabole.

Determiniamo ora l'equazione di γ_0 passante per $P_0(1, 5)$:

$$P_0(1, 5) \in \gamma_0 \iff 5 = 2 + C \iff C = 3$$

Perciò l'equazione richiesta è:

$$\gamma_0) \quad y = 2x^2 + 3$$