

Esercizio 980
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int |x| dx \tag{1}$$

Soluzione

Poniamo per definizione

$$F(x) \stackrel{def}{=} \int |x| dx$$

Per una nota proprietà del valore assoluto, abbiamo:

$$F(x \geq 0) \stackrel{|x|=x}{=} \int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$$
$$F(x < 0) \stackrel{|x|=-x}{=} - \int x dx = -\frac{1}{2}x^2 + C,$$

da cui il risultato:

$$\int |x| dx = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x^2, & x < 0 \end{cases},$$

che può essere scritto in un'unica formula:

$$\int |x| dx = \frac{1}{2} |x| x + C$$