

Esercizio 975
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int \sqrt{e^x + 1} dx \tag{1}$$

Soluzione

Eseguiamo il cambio di variabile $t = \sqrt{e^x + 1}$, per cui:

$$dx = \frac{2t}{e^x} dt = \frac{2t}{\sqrt{e^x + 1}} dt$$

L'integrale in funzione di t si scrive:

$$\begin{aligned} F(t) &= 2 \int \frac{t^2}{t^2 - 1} dt \\ &= 2 \int \frac{t^2 - 1 + 1}{t^2 - 1} dt \\ &= 2 \int \left(1 + \frac{1}{t^2 - 1} \right) dt \\ &= 2 \left(t + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t - 1}{t + 1} \right| \right) + C \end{aligned}$$

Ripristinando la variabile x :

$$\int \sqrt{e^x + 1} dx = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \left| \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} \right| + C$$