

Esercizio 972
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{2^x dx}{1 - 4^x} \tag{1}$$

Soluzione

Poniamo $t = 2^x$, per cui:

$$\begin{aligned} dt &= 2^x \ln 2 dx \implies 2^x dx = \frac{dt}{\ln 2} \\ 4^x &= t^2 \end{aligned}$$

L'integrale in funzione di t si scrive:

$$F(t) = \frac{1}{\ln 2} \int \frac{dt}{1 - t^2} = \frac{1}{2 \ln 2} \ln \left| \frac{1+t}{1-t} \right| + C$$

Ripristinando la variabile x :

$$\begin{aligned} \int \frac{2^x dx}{1 - 4^x} &= \frac{1}{2 \ln 2} \ln \left| \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x} \right| + C \\ &= \frac{1}{\ln 4} \ln \left| \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x} \right| + C \\ &= \frac{1}{\ln 2} \ln \sqrt{\left| \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x} \right|} + C \end{aligned}$$