

Esercizio 953
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}} \quad (1)$$

Soluzione

L'integrale è del tipo

$$\int \mathcal{R} \left[(5-x)^{1/4}, (5-x)^{1/2} \right] dx$$

Quindi il cambio di variabile è $5-x = t^4$, onde:

$$dx = -4t^3 dt$$

L'integrale in funzione di t :

$$\begin{aligned} F(t) &= -4 \int \frac{t^2}{1+t^2} dt \\ &= -4 \int \left(t - 1 + \frac{1}{1+t} \right) dt \\ &= -4 \left(\frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| \right) + C \end{aligned}$$

Ripristinando la variabile x :

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}} &= -4 \left(\frac{1}{2} \sqrt{5-x} - \sqrt[4]{5-x} + \ln|\sqrt[4]{5-x} + 1| \right) + C \\ &= 4\sqrt[4]{5-x} - 2\sqrt{5-x} - \ln|\sqrt[4]{5-x} + 1| + C \end{aligned}$$