

**Esercizio 951**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$\int \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2x}} dx \quad (1)$$

\*\*\*

**Soluzione**

Quest'integrale è del tipo:

$$\int \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2x}} = \int \mathcal{R} \left[ (2x)^{1/2}, (2x)^{1/3} \right] dx,$$

dove  $\mathcal{R}$  è una funzione razionale. Il cambio di variabile è  $2x = t^6$ , per cui:

$$\begin{aligned} \sqrt{2x} &= t^3, \quad \sqrt[3]{2x} = t^2 \\ x &= \frac{1}{2}t^6, \quad dx = 3t^5 dt \end{aligned}$$

L'integrale in funzione di  $t$ :

$$\begin{aligned} F(t) &= 3 \int t^2 (1 - t^2) dt \\ &= 3 \left( \int t^2 dt - \int t^4 dt \right) \\ &= 3 \left( \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{5}t^5 \right) + C \end{aligned}$$

Ripristinando la variabile  $x$ :

$$\begin{aligned} \int \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2x}} &= 3 \left( \frac{1}{3}\sqrt{2x} - \frac{1}{5}\sqrt[6]{(2x)^6} \right) + C \\ &= \sqrt{2x} - \frac{3}{5}\sqrt[6]{(2x)^6} + C \end{aligned}$$