

Esercizio 946
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$\int \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx \quad (1)$$

Soluzione

Scriviamo:

$$\begin{aligned} x-5 &= a \frac{d}{dx} (x^2-2x+2) + b \\ &= a(2x-2) + b \\ \implies a &= \frac{1}{2}, b = -4 \end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} \int \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2-2x+2)}{x^2-2x+2} - 4 \int \frac{dx}{x^2-2x+2} \\ &= \frac{1}{2} \ln(x^2-2x+2) - 4 \int \frac{dx}{x^2-2x+2} \end{aligned} \quad (2)$$

A secondo membro troviamo l'integrale contenente un trinomio di secondo grado; applichiamo quindi il procedimento standard:

$$x^2-2x+2 = x^2-2x+1+1 = (x-1)^2+1$$

Quindi:

$$\int \frac{dx}{x^2-2x+2} = \int \frac{d(x-1)}{1+(x-1)^2} = \arctan(x-1)$$

Sostituendo nella (2):

$$\int \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx = \ln \sqrt{x^2-2x+2} - 4 \arctan(x-1) + C$$