

Esercizio 945
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$\int \frac{dx}{2x^2 - 4x + 9} \quad (1)$$

Soluzione

Trattandosi dell'integrale contenente un trinomio di secondo grado, applichiamo il procedimento standard:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x + 9 &= 2(x + k)^2 + l \\ &= 2x^2 + 4kx + 2k^2 + l \\ \implies \begin{cases} 4k = -4 \\ l + 2k^2 = 9 \end{cases} &\implies \begin{cases} k = -1 \\ l = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Quindi:

$$2x^2 - 4x + 9 = 2(x - 1)^2 + 7 = 7 \left\{ 1 + \left[\sqrt{\frac{2}{7}}(x - 1) \right]^2 \right\},$$

cosicchè l'integrale diventa:

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{2x^2 - 4x + 9} &= \frac{1}{7} \int \frac{dx}{1 + \left[\sqrt{\frac{2}{7}}(x - 1) \right]^2} \\ &= \frac{1}{7} \sqrt{\frac{7}{2}} \int \frac{d \left[\sqrt{\frac{2}{7}}(x - 1) \right]}{1 + \left[\sqrt{\frac{2}{7}}(x - 1) \right]^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{14}} \arctan \left[\sqrt{\frac{2}{7}}(x - 1) \right] + C \end{aligned}$$