

Esercizio 927
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$\int \sqrt{3 - 2x - x^2} dx$$

Soluzione

Scriviamo:

$$3 - 2x - x^2 = -(x + 1)^2 + 4$$

Eseguiamo il cambio di variabile:

$$x + 1 = 2 \sin t \implies dx = 2 \cos t dt$$

Quindi:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{3 - 2x - x^2} dx &= 2 \int \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} \cos t dt \\ &= 4 \int \cos^2 t dt \\ &= 2 \int (\cos 2t + 1) dt \\ &= 2 \sin t \cos t + 2t + C \end{aligned}$$

Ripristiniamo x :

$$\begin{aligned} \cos t &= \sqrt{1 - \sin^2 t} \\ &= \sqrt{1 - \frac{(x + 1)^2}{4}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{3 - 2x - x^2} \end{aligned}$$

Perciò:

$$\int \sqrt{3 - 2x - x^2} dx = \frac{x + 1}{2} \sqrt{3 - 2x - x^2} + 2 \arcsin \frac{x + 1}{2} + C$$