

Esercizio 926
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$\int \sinh^5 x \cosh^2 x dx$$

Soluzione

Scriviamo:

$$\int \sinh^5 x \cosh^2 x dx = \int \sinh^4 x \cosh^2 x d(\cosh x)$$

Quindi:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \implies \sinh^2 x = \cosh^2 x - 1$$

perciò:

$$\int \sinh^4 x \cosh^2 x d(\cosh x) = \int (\cosh^2 x - 1)^2 \cosh^2 x d(\cosh x)$$

Poniamo $t = \cosh x$

$$\begin{aligned} \int (\cosh^2 x - 1)^2 \cosh^2 x d(\cosh x) &= \int t^2 (t^4 - 2t^2 + 1) dt \\ &= \int (t^6 - 2t^4 + t^2) dt \\ &= \frac{1}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5 + \frac{1}{3}t^3 + C \end{aligned}$$

Ripristinando la variabile x :

$$\int \sinh^5 x \cosh^2 x dx = \frac{\cosh^7 x}{7} - \frac{2 \cosh^5 x}{5} + \frac{\cosh^3 x}{3} + C$$