

Esercizio 916
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{\sinh x}{\sqrt{\cosh 2x}} dx \quad (1)$$

Soluzione

Applichiamo la nota relazione:

$$\cosh 2x = 2 \cosh^2 x - 1$$

Quindi l'integrale si scrive:

$$\int \frac{\sinh x}{\sqrt{\cosh 2x}} dx = \int \frac{\sinh x}{\sqrt{2 \cosh^2 x - 1}} dx$$

Poniamo:

$$t = \sqrt{2} \cosh x,$$

per cui:

$$dt = \sqrt{2} \sinh x dx$$

Perciò:

$$\begin{aligned} \int \frac{\sinh x}{\sqrt{2 \cosh^2 x - 1}} dx &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dt}{\sqrt{t^2 - 1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| t + \sqrt{t^2 - 1} \right| + C \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \sqrt{2} \cosh x + \sqrt{2 \cosh^2 x - 1} \right| + C \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \sqrt{2} \cosh x + \sqrt{\cosh 2x} \right| + C \end{aligned}$$