

**Esercizio 915**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{dx}{\tanh x - 1} \tag{1}$$

\*\*\*

**Soluzione**

Applichiamo la nota relazione:

$$-\frac{1}{\sinh x - \cosh x} = \sinh x + \cosh x$$

Quindi l'integrale si scrive:

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\tanh x - 1} &= - \int \cosh x (\sinh x + \cosh x) dx \\ &= - \int \sinh x \cosh x dx - \int \cosh^2 x dx \end{aligned}$$

Il primo integrale a secondo membro si calcola facilmente:

$$\int \sinh x \cosh x dx = \frac{1}{2} \int \sinh 2x dx = \frac{1}{4} \cosh 2x$$

Il secondo integrale è già stato calcolato in un esercizio precedente, risultando:

$$\int \cosh^2 x dx = \frac{1}{4} \sinh 2x + \frac{1}{2}x$$

Quindi:

$$\int \frac{dx}{\tanh x - 1} = -\frac{1}{4} \cosh 2x - \frac{1}{4} \sinh 2x - \frac{x}{2} + C$$

Possiamo esprimere il risultato in una forma più elegante, esplicitando il  $\cosh 2x$ :

$$\cosh 2x = 2 \cosh^2 x - 1$$

Sostituendo nell'equazione precedente e incorporando il termine  $1/4$  nella costante di integrazione:

$$\int \frac{dx}{\tanh x - 1} = -\frac{1}{4} (2 \sinh^2 x + \sinh 2x + 2x) + C$$