

Esercizio 886
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

Soluzione

Eseguiamo il cambio di variabile

$$t = \tan \frac{x}{2},$$

per cui:

$$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x} = - \int \frac{dt}{t^2 - 2t - 1} \stackrel{def}{=} F(t)$$

L'integrale a secondo membro si calcola con i metodi già visti (riduzione in frazioni semplici, oppure con il metodo degli integrali contenenti un trinomio di secondo grado), ottenendo:

$$F(t) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{t + 1 + \sqrt{2}}{t - 1 - \sqrt{2}} \right| + C$$

Cioè:

$$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\tan \frac{x}{2} + 1 + \sqrt{2}}{\tan \frac{x}{2} - 1 - \sqrt{2}} \right| + C$$