

Esercizio 875
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Scriviamo uno schema di calcolo per gli integrali del tipo:

$$\begin{aligned} & \int \sin ax \cos bxdx \\ & \int \cos ax \cos bxdx \\ & \int \sin ax \sin bxdx \end{aligned} \tag{1}$$

Soluzione

Si applicano le formule di Werner in modo da trasformare il prodotto nell'integrando in una somma algebrica di seni e coseni. Precisamente:

$$\begin{aligned} \sin ax \cos bx &= \frac{1}{2} [\sin (a+b)x + \sin (a-b)x] \\ \cos ax \cos bx &= \frac{1}{2} [\cos (a+b)x + \cos (a-b)x] \\ \sin ax \sin bx &= \frac{1}{2} [\cos (a-b)x - \cos (a+b)x] \end{aligned}$$

Ad esempio proviamo a calcolare

$$\begin{aligned} \int \sin 8x \sin 2xdx &= \frac{1}{2} \int (\cos 6x - \cos 10x) dx \\ &= \frac{1}{12} \sin 6x - \frac{1}{20} \sin 10x \end{aligned}$$

Ora calcoliamo:

$$\begin{aligned} \int \cos 4x \cos 5xdx &= \frac{1}{2} \int (\cos 9x + \cos x) dx \\ &= \frac{1}{18} \sin 9x + \frac{1}{2} \sin x \end{aligned}$$