

Esercizio 868
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int x \sin^2 x^2 dx \tag{1}$$

Soluzione

Eseguiamo il cambio di variabile:

$$t = x^2$$

Quindi:

$$x dx = \frac{1}{2} dt$$

L'integrale diventa:

$$\int x \sin^2 x^2 dx = \frac{1}{2} \int \sin^2 t dt$$

Utilizziamo la seguente formula trigonometrica:

$$\sin^2 t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2t),$$

onde:

$$F(t) = \frac{1}{4} \int (1 - \cos 2t) dt = \frac{1}{4} \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) + C$$

Ripristinando la variabile x :

$$\int x \sin^2 x^2 dx = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8} \sin 2x^2 + C$$