

Esercizio 821
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$F(x) = \int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx$$

Soluzione

Eseguiamo il cambio di variabile:

$$x = t^2$$

Ciò implica:

$$dx = 2t dt$$

Quindi l'integrale in funzione di t :

$$\begin{aligned} F(t) &= \int \frac{t^2}{t^2+2} dt \\ &= 2 \left(\int dt - 2 \int \frac{dt}{t^2+2} \right) \\ &= 6 \left(t - \sqrt{2} \int \frac{d\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)}{1 + \left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2} \right) \\ &= 2 \left(t - \sqrt{2} \arctan \frac{t}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned}$$

Ripristinando la variabile x :

$$F(x) = 2 \left(\sqrt{x} - \sqrt{2} \arctan \sqrt{\frac{x}{2}} \right) + \text{const}$$