

Esercizio 818
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$F(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$$

Soluzione

Poniamo:

$$x = t^6$$

Ciò implica:

$$dx = 6t^5 dt$$

Quindi l'integrale in funzione di t :

$$\begin{aligned} F(t) &= \int \frac{6t^5 dt}{t^3 + t^2} \\ &= 6 \int \frac{t^3}{1+t} dt \\ &= 6 \int \left(t^2 - t + 1 - \frac{1}{t+1} \right) \\ &= 2t^3 - 3t^2 + 6t - \ln |t+1| + \text{const} \end{aligned}$$

Ripristinando la variabile x :

$$F(x) = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6 \ln |\sqrt[6]{x} + 1| + \text{const}$$