

**Esercizio 814**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale:

$$F(x) = \int \frac{dx}{x(x-1)}$$

\*\*\*

**Soluzione**

L'integrando è una funzione razionale propria, per cui integriamo per decomposizione in frazioni parziali.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x(x-1)} &= \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} \\ &= \frac{Ax - A + Bx}{x(x-1)} \\ &= \frac{(A+B)x - A}{x(x-1)} \end{aligned}$$

Quindi:

$$(A+B)x - A = 1$$

Da ciò si ottiene il sistema lineare:

$$\begin{cases} A+B=0 \\ -A=1 \end{cases}$$

La cui soluzione è immediata

$$A = -1, B = 1$$

Perciò:

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{x(x-1)} &= - \int \frac{dx}{x} + \int \frac{dx}{x-1} \\ &= -\ln|x| - \ln|x-1| + C \\ &= \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C \end{aligned}$$