Esercizio 1431
(File scaricato da http://www.extrabyte.info)

Se A e B sono due matrici $m \times n$, dimostrare la seguente proprietà:

$$A^T + B^T = (A + B)^T ,$$

***

Soluzione
Poniamo:

$$A = (a_{ij}) , \;\; B = (b_{ij}) , \;\; \text{con} \;\; \begin{array}{c} i = 1, ..., m \\ j = 1, ..., n \end{array}$$

La somma è data da:

$$A + B = (c_{ij}) ,$$

essendo:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Per definizione di matrice trasposta:

$$(A + B)^T = \left(c'_{ij}\right) ,$$

essendo:

$$c'_{ij} = c_{ji} = a_{ji} + b_{ji}$$

Le matrici trasposte di A e B sono rispettivamente:

$$A^T = (a_{ji}) , \;\; B^T = (b_{ji})$$

Eseguendo la somma:

$$A^T + B^T = \left(c''_{ij}\right) ,$$

essendo:

$$c''_{ij} = a_{ji} + b_{ji} = c'_{ij},$$

per cui:

$$A^T + B^T = (A + B)^T$$