

Esercizio 1429
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Analizziamo graficamente con *Mathematica* le curve di livello della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y,$$

per esaminare eventuali estremi relativi.

Soluzione

Utilizziamo il comando `ContourPlot`, il quale traccia le curve di livello della funzione assegnata.

La sintassi è:

```
ContourPlot[f[x,y],{x,-2,2},{y,-2.5,2.5},ContourShading->False]
```

Il risultato è riportato in figura (1).

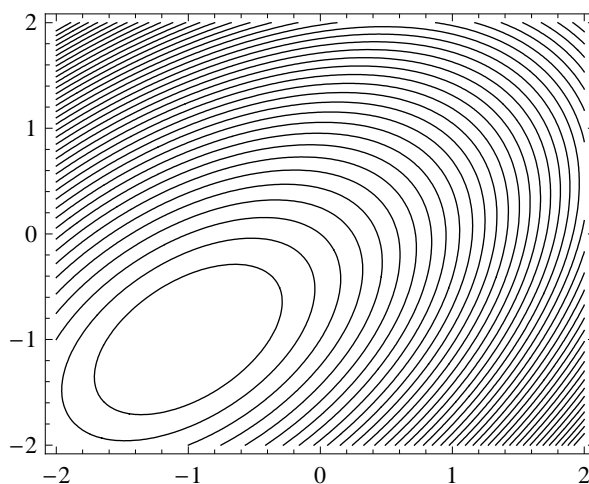


Figure 1: Curve di livello della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$

Ricordiamo che le curve di livello hanno equazione:

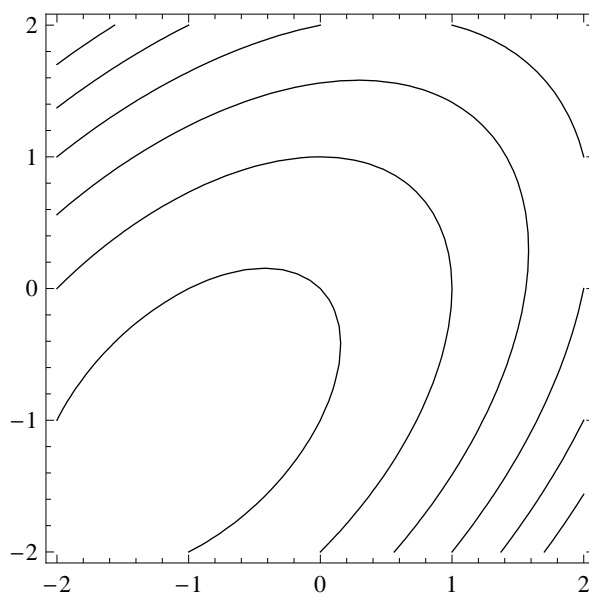
$$f(x, y) = C,$$

essendo C una costante reale.

Dall'analisi della figura si deduce che la funzione assegnata ha un solo estremo relativo (massimi/minimi relativi o locali). Per avere una maggiore informazione sui punti estremali, dobbiamo aumentare il numero di curve di livello, cioè disegnare un *contour plot* più dettagliato. A tale scopo utilizziamo alcune opzioni del comando `ContourPlot`. Per visualizzare le opzioni basta digitare:

```
ContourPlot//Options
```

Le opzioni che ci interessano sono `Contours` e `PlotPoints`. La prima ci dà il numero di curve di livello, mentre la seconda il numero di punti, permettendo quindi di addolcire le curve. Scegliendo `Contours->40` e `PlotPoints->40`, otteniamo il grafico di figura (1).



Notiamo ancora la presenza di un estremo relativo.

Un altro comando utile è `DensityPlot`, che fornisce un'informazione simile a quella di `ContourPlot`, con il vantaggio che si distinguono “a vista” i massimi dai minimi, in base al colore. Più precisamente, i colori più scuri indicano un minimo, quelli più chiaro un massimo. Il grafico è riportato in figura (2):

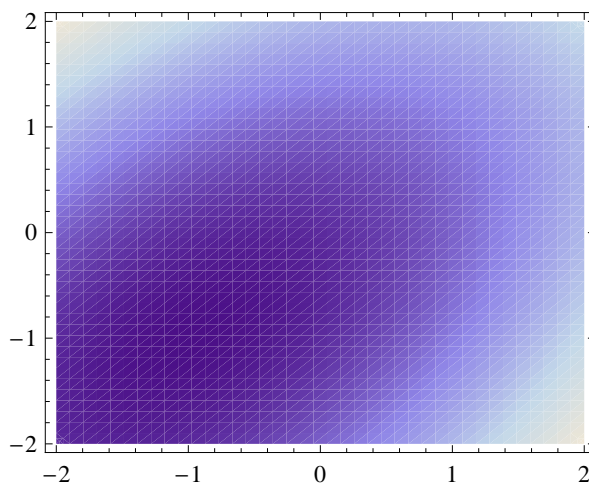


Figure 2: Un `DensityPlot` della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$