**Esercizio 1393**
**(File scaricato da http://www.extrabyte.info)**

Determinare $\lambda$ tale che il punto $P(1, 2-\lambda, \lambda)$ risulti complanare con i punti $P_1(1,0,0)$, $P_2(0,2,0)$, $P_3(0,0,3)$.

***

**Soluzione**
Indichiamo con **a**,**b** e **c** i vettori individuati dai segmenti orientati $\overrightarrow{P_1P}$, $\overrightarrow{P_1P_2}$, $\overrightarrow{P_1P_3}$.
Risulta:

$$\left.\begin{array}{c} P \text{ è complanare} \\ \text{con } P_1, P_2, P_3 \end{array}\right) \Longleftrightarrow \left(\begin{array}{c} \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \text{ paralleli} \\ \text{ad uno stesso piano} \end{array}\right.$$
$$\Longleftrightarrow \left(\begin{array}{c} \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \text{ linearmente} \\ \text{dipendenti} \end{array}\right.$$

per cui:

$$\mathbf{a} = h\mathbf{b} + k\mathbf{c}$$

A partire da tale relazione, utilizzando alcune proprietà dei determinanti, troviamo la *condizione di complanarità*:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

essendo $(x, y, z)$ le coordinate di $P$, mentre le $(x_k, y_k, z_k t)$ le coordinate di $P_k$. Quindi:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2-\lambda & \lambda & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Cioè:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2-\lambda & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$
$$\Longleftrightarrow 6 - \lambda = 0,$$

quindi è $\lambda = 6$.