**Esercizio 1368**
**(File scaricato da http://www.extrabyte.info)**

Determinare il gradiente della funzione:

$$f\left(x,y\right)=\frac{\arctan y-\frac{\pi}{4}}{e^{1/x}-1}$$

***

**Soluzione**
Il gradiente è il campo vettoriale:

$$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j}$$

Calcoliamo quindi le derivate parziali della funzione:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}&=\left(\arctan y-\frac{\pi}{4}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{1/x}-1\right)\\&=\frac{e^{1/x}\left(\arctan y-\frac{\pi}{4}\right)}{x^2\left(e^{1/x}-1\right)^2}\\\frac{\partial g}{\partial y}&=\frac{1}{\left(1+x^2\right)\left(e^{1/x}-1\right)}\end{aligned}$$

Quindi:

$$\nabla f=\frac{e^{1/x}\left(\arctan y-\frac{\pi}{4}\right)}{x^2\left(e^{1/x}-1\right)^2}\mathbf{i}+\frac{1}{\left(1+x^2\right)\left(e^{1/x}-1\right)}\mathbf{j}$$

Il gradiente del campo scalare $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ è dunque un campo vettoriale $\nabla f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$. La sua direzione in ogni punto del piano $xy$ rappresenta (in quel punto) la massima rapidità di variazione della funzione in quel punto. Infatti, in un punto assegnato, la derivata secondo una direzione definita dal vettore $\mathbf{n}$ è massima quando $\mathbf{n}$ è parallelo e concorde al vettore $\nabla f$ .