**Esercizio 1355**
**(File scaricato da http://www.extrabyte.info)**

Scrivere l'equazione della retta comune ai due fasci $\mathcal{F}_1 \{r_2, s_2\}$ e $\mathcal{F}_2 \{r_2, s_2\}$, essendo

$$r_1)\ x + y - 2 = 0,\ \ s_1)\ x + 2y - 3 = 0$$
$$r_2)\ x - y + 1 = 0,\ \ s_2)\ 2x + y - 7 = 0$$

***

**Soluzione**
L'equazione del fascio $\mathcal{F}_1$ è:

$$\lambda\,(\ x + y - 2) + \lambda'\,(x + 2y - 3) = 0$$

Cioè:

$$(\lambda + \lambda')\,x + (\lambda + 2\lambda')\,y - 2\lambda - 3\lambda' = 0 \tag{1}$$

La retta $t$ che stiamo cercando ha equazione (1) con assegnati valori dei parametri $\lambda, \lambda'$. Imponiamo ora $t \in \mathcal{F}_2$:

$$t \in \mathcal{F}_2 \Longleftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda + \lambda' & \lambda + 2\lambda' & -2\lambda - 3\lambda' \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0,$$

giacchè al fascio $\mathcal{F}_2$ appartengono la retta $t$ e le rette $r_2, s_2$ (ricordiamo che l'annullarsi del determinante esprime la condizione di appartenenza di tre rette ad uno stesso fascio).
Sviluppando il determinante, si trova:

$$\lambda' = -\frac{3}{5}\lambda,$$

Ponendo ad esempio $\lambda = 5$, si ha $\lambda' = -3$, e quindi dalla (1) l'equazione di $t$:

$$2x - y - 1 = 0$$