

Esercizio 1347
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Determinare gli estremi relativi della funzione:

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - y \quad (1)$$

Soluzione

Calcoliamo le derivate parziali prime:

$$f_x(x, y) = 2x + y - 2, \quad f_y(x, y) = x + 2y - 1$$

I punti estremali sono le soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} f_x(x, y) = 0 \\ f_y(x, y) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases},$$

che è un sistema di Cramer con soluzione $(x = 1, y = 0)$, per cui abbiamo un solo punto estremo $P_0(1, 0)$.

Calcoliamo l'hessiano:

$$H(x, y) = f_{xx}(x, y) f_{yy}(x, y) - [f_{xy}(x, y)]^2$$

Le derivate parziali seconde sono:

$$f_{xx}(x, y) = 2, \quad f_{yy}(x, y) = 2, \quad f_{xy}(x, y) = 1$$

Perciò:

$$H(x, y) = 3$$

Pertanto:

$$\begin{cases} H(P_0) > 0 \\ f_{xx}(P_0) > 0 \end{cases} \implies P_0 \text{ è punto di minimo relativo proprio}$$

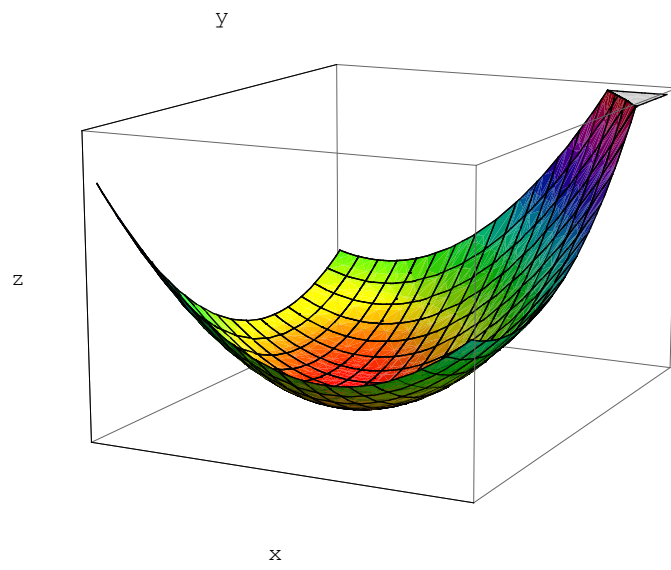


Figure 1: