

Esercizio 1291
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

La potenza elettrica dissipata da una resistenza elettrica R è:

$$W = \frac{V^2}{R}, \quad (1)$$

essendo V la differenza di potenziale ai capi della resistenza. Determinare la relazione esistente tra piccole diminuzioni di V e R affinché la corrispondente variazione subita da W , sia positiva.

Soluzione

La potenza W è una funzione reale delle variabili reali (V, R) , per cui il suo differenziale totale è:

$$\begin{aligned} dW &= \frac{\partial W}{\partial V} dV + \frac{\partial W}{\partial R} dR \\ &= \frac{2V}{R} dV - \frac{V^2}{R^2} dR \end{aligned}$$

Osservando che $dV = \Delta V, \Delta R = dR$:

$$dW = \frac{2V}{R} \Delta V - \frac{V^2}{R^2} \Delta R$$

Per “piccoli” incrementi delle variabili indipendenti è $\Delta W \simeq dW$, quindi possiamo utilizzare la formula approssimata:

$$\Delta W = \frac{2V}{R} \Delta V - \frac{V^2}{R^2} \Delta R$$

Nel caso in esame si tratta di diminuzioni, per cui:

$$\Delta V = -|\Delta V|, \quad \Delta R = -|\Delta R|$$

L'equazione precedente si riscrive:

$$\Delta W = \frac{V^2}{R^2} |\Delta R| - \frac{2V}{R} |\Delta V|$$

Risulta:

$$\Delta W > 0 \iff |\Delta R| > \frac{2R}{V} |\Delta E|$$