

**Esercizio 1284**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Un punto materiale si muove lungo la curva di intersezione del paraboloide  $z = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9}$  con il cilindro  $x^2 + y^2 = 5$ , in modo tale che  $\frac{dx}{dt} = 0.2 \text{ cm/s}$ . Determinare  $\frac{dz}{dt}$  quando il punto ha ascissa  $x_* = 2$ .

\*\*\*

**Soluzione**

Determiniamo il luogo dei punti dato dall'intersezione delle superfici assegnate:

$$\begin{cases} z = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Ricaviamo dalla seconda  $y^2 = 5 - x^2$ , che sostituita nella prima:

$$z = \frac{1}{144} (25x^2 - 80)$$

Derivando rispetto al tempo primo e secondo membro di quest'ultima equazione:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{25}{72} x \frac{dx}{dt}$$

Detto  $t_*$  l'istante di tempo tale che  $x(t_*) = x_*$ , si ha:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz}{dt}\right)_{t_*} &= \frac{25}{72} x_* \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_*} \\ &= \frac{25}{72} \cdot 2 \cdot 0.2 \text{ cm/s} \\ &= \frac{5}{36} \text{ cm/s} \end{aligned}$$

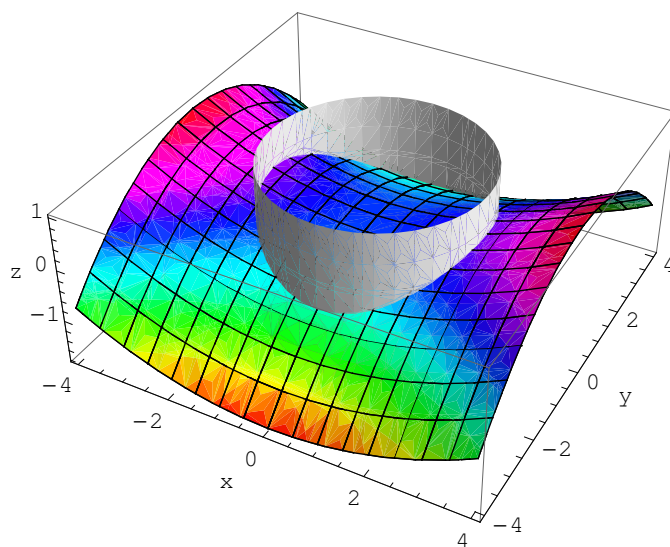


Figure 1: