

**Esercizio 1152**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Studiare la sommabilità della funzione:

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2},$$

nell'intervallo  $A = [0, +\infty)$ .

\*\*\*

**Soluzione**

La funzione è manifestamente infinitesima all'infinito:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{1+x^2} = 0$$

Assumendo come infinitesimo di riferimento  $g(x) = x^{-1}$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|f(x)|}{|x|^{-\alpha}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\alpha+1}}{1+x^2} = l \in (0, +\infty) \iff \alpha + 1 = 2 \iff \alpha = 1$$

Quindi, per  $x \rightarrow +\infty$ , la funzione è un infinitesimo del primo ordine, onde la funzione non è sommabile in  $A$ . La funzione è comunque integrabile, in quanto di segno costante in  $A$ , per cui:

$$\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{1+x^2} = +\infty$$