

**Esercizio 1140**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Studiare la sommabilità della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{x^3}},$$

nell'intervallo  $A = [0, 1]$ .

\*\*\*

**Soluzione**

La funzione diverge positivamente per  $x \rightarrow 0^+$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{x^3}} = +\infty$$

Inoltre, la funzione può risciversi, utilizzando la nota relazione  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ :

$$f(x) = \frac{1}{x^{3/2}} \cdot \frac{1}{\cos x}$$

Quindi:

$$\forall x \in [0, 1], \quad \frac{1}{x^{3/2}} \cdot \frac{1}{\cos x} \geq \frac{1}{x^{3/2}}$$

Segue allora da un noto criterio, la non sommabilità della funzione. Si osservi che la funzione è comunque integrabile in  $A$ , giacché ha ivi segno costante, donde:

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{x^3}} dx = +\infty$$

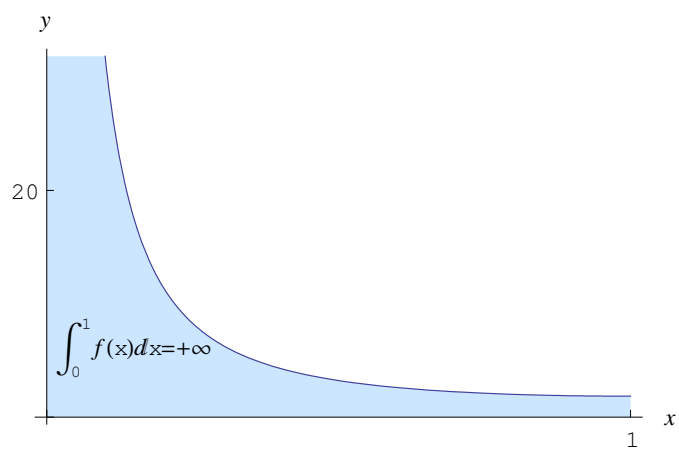


Figure 1: