

**Esercizio 1138**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Determinare l'area della superficie racchiusa tra la retta  $y = ax$  (con  $a > 0$ ) e la parabola  $y = x^2$ , per  $x > 0$ .

\*\*\*

**Soluzione**

Determiniamo innanzitutto le ascisse dei punti di intersezione della retta con la parabola:

$$\begin{cases} y = ax \\ y = x^2 \end{cases}$$

Da cui:

$$x = 0, \quad x = a$$

Quindi poniamo:

$$f_1(x) = ax, \quad f_2(x) = x^2$$

Risulta:

$$\forall x \in [0, a], \quad f_1(x) \geq f_2(x)$$

L'area richiesta è:

$$\begin{aligned} S(a) &= \int_0^a [f_1(x) - f_2(x)] dx = \int_0^a (ax - x^2) dx \\ &= a \int_0^a x dx - \int_0^a x^2 dx \\ &= a \left. \frac{1}{2} x^2 \right|_0^a - \left. \frac{1}{3} x^3 \right|_0^a \\ &= \frac{a^3}{6} \end{aligned}$$

