

Esercizio 1135
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'area della superficie racchiusa dalle due parabole $y = x^2$, $y = 1 - x^2$.

Soluzione

Determiniamo innanzitutto le coordinate dei punti di intersezione tra le due curve, che sono le soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y = x^2 \end{cases},$$

da cui otteniamo:

$$x_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

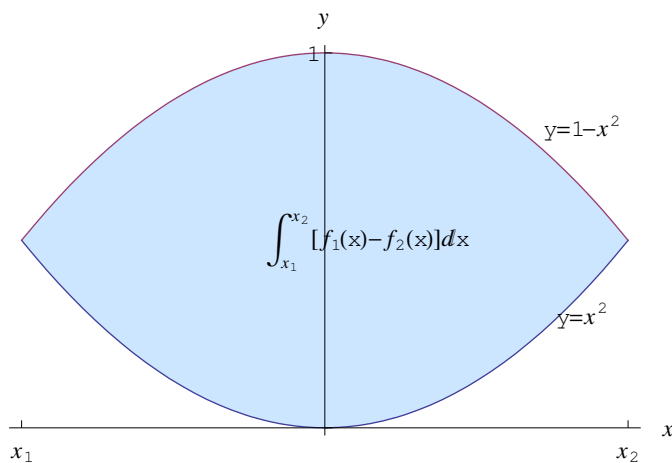
Poniamo:

$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 1 - x^2$$

Risulta:

$$\forall x \in [x_1, x_2], \quad f_1(x) \geq f_2(x)$$

Ciò è illustrato in fig. ().



L'area richiesta è:

$$S = \int_{x_1}^{x_2} [f_2(x) - f_1(x)] dx$$

L'integrando è una funzione pari, per cui:

$$S = 2 \int_0^{x_2} [f_2(x) - f_1(x)] dx = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$