

Esercizio 1100
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare l'integrale definito:

$$\int_{-1}^1 (x^2 - 2|x| + 1) dx \quad (1)$$

Soluzione

A causa della presenza del valore assoluto, dobbiamo procedere per decomposizione:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (x^2 - 2|x| + 1) dx &= \int_{-1}^0 \underbrace{(x^2 - 2|x| + 1)}_{|x| \equiv -x \quad x^2 + 2x + 1} dx \\ &+ \int_0^1 \underbrace{(x^2 - 2|x| + 1)}_{|x| \equiv x \quad x^2 - 2x + 1} dx \\ &= \int_{-1}^0 (x + 1)^2 dx + \int_0^1 (x - 1)^2 dx \\ &= \int_{-1}^0 (x + 1)^2 d(x + 1) + \int_0^1 (x - 1)^2 d(x - 1) \\ &= \frac{1}{3} (x + 1)^3 \Big|_{x=-1}^{x=0} + \frac{1}{3} (x - 1)^3 \Big|_{x=0}^{x=1} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$