

Esercizio 1071
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Si consideri la famiglia di curve logaritmiche:

$$y = \ln(ax), \quad (a > 0) \quad (1)$$

Determinare l'area limitata dalla singola curva della famiglia, dall'asse x e dalle rette $x = \frac{1}{a}$, $x = \frac{e}{a}$.

Soluzione

L'area richiesta è data dall'integrale definito:

$$S(a) = \int_{1/a}^{e/a} \ln(ax) dx$$

Integrando per parti:

$$\begin{aligned} S(a) &= x \cdot \ln(ax) \Big|_{1/a}^{e/a} - \int_{1/a}^{e/a} dx \\ &= \frac{e}{a} - x \Big|_{1/a}^{e/a} = \frac{e}{a} - \left(\frac{e}{a} - \frac{1}{a} \right) \\ &= \frac{1}{a} \end{aligned}$$

Quindi $S(a) = a^{-1}$, perciò l'area limitata dalla curva (1) dall'asse x e dalle rette $x = \frac{1}{a}$, $x = \frac{e}{a}$, decresce al crescere del parametro a .