

**Esercizio 1070**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Si consideri la famiglia di parabole ad un parametro:

$$y = ax - x^2, \quad (a > 0) \quad (1)$$

Determinare l'area limitata dalla singola parabola della famiglia e dall'asse  $x$ .

\*\*\*

**Soluzione**

Innanzitutto determiniamo le ascisse dei punti di intersezione della parabola (1) con l'asse  $x$

$$ax - x^2 = 0 \iff x = 0, a$$

Quindi abbiamo i punti  $(0, 0)$  e  $(0, a)$ .

Come è noto, l'area richiesta è data dall'integrale definito:

$$\begin{aligned} S(a) &= \int_0^a (ax - x^2) dx = a \int_0^a x dx - \int_0^a x^2 dx \\ &= \frac{a}{2} x^2 \Big|_0^a - \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^a \\ &= \frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{3} \\ &= \frac{a^3}{3} \end{aligned}$$