

Esercizio 1064
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx \quad (1)$$

Soluzione

Eseguiamo un'integrazione per parti. Nel caso di un integrale definito, se $f(x)$ e $g(x)$ sono funzioni derivabili nell'intervallo $[a, b]$, è facile dimostrare la seguente relazione:

$$\int_a^b f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) \Big|_a^b - \int_a^b g(x) f'(x) dx$$

Nel caso dell'integrale assegnato, abbiamo:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/2} x \cos x dx &= \int_0^{\pi/2} x d(\sin x) \\ &= x \sin x \Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \sin x dx \\ &= \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\pi/2} \\ &= \frac{\pi}{2} - 1 \end{aligned}$$