

Esercizio 1056
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Se f è una qualunque funzione continua in $[0, \frac{\pi}{2}]$, determinare la trasformazione dell'integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx,$$

in seguito alla sostituzione $x = \arctan t$

Soluzione

Abbiamo:

$$x = \arctan t \implies dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

Gli estremi di integrazione rispetto alla nuova variabile t sono tali che:

$$0 \leq x = \arctan t \leq \frac{\pi}{2}$$

Cioè:

$$0 \leq t < +\infty$$

Quindi:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{+\infty} \frac{f(\arctan t)}{1+t^2} dt$$