

Esercizio 1043
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare la derivata della funzione:

$$F(x) = \int_x^0 \sqrt{1+t^6} dt \quad (1)$$

Soluzione

Sia $G(t)$ una primitiva di $F(x)$:

$$G(t) = \int \sqrt{1+t^6} dt,$$

per cui:

$$G'(t) = \sqrt{1+t^6}$$

La funzione $F(x)$ si esprime attraverso la primitiva $G(x)$:

$$F(x) = G(x)|_{\alpha(x)}^{\beta(x)} = G[\beta(x)] - G[\alpha(x)],$$

essendo $\alpha(x)$ e $\beta(x)$ gli estremi di integrazione:

$$\alpha(x) = x, \beta(x) = 0$$

Derivando ambo i membri:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \beta'(x) G'[\beta(x)] - \alpha'(x) G'[\alpha(x)] \\ &= -G'(x) \end{aligned}$$

Cioè:

$$F'(x) = -\sqrt{1+x^6}$$