

**Esercizio 1032**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5} \tag{1}$$

\*\*\*

**Soluzione**

Scriviamo:

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 5 &= (x + k)^2 + l = x^2 + 2kx + k^2 + l \\ \implies \begin{cases} 2k = -6 \\ l + k^2 = 5 \end{cases} &\implies k = -3, l = -4 \\ \implies x^2 - 6x + 5 &= (x - 3)^2 - 4 \\ &= 4 \left[ \left( \frac{x - 3}{2} \right)^2 - 1 \right], \end{aligned}$$

per cui:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 - 1}$$

Poniamo  $t = \frac{x-3}{2}$ , onde

$$dx = 2dt$$

L'integrale in funzione della variabile ausiliaria  $t$ :

$$F(t) = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2 - 1}$$

Come è noto,  $\int \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right|$ , cosicché:

$$F(t) = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| + C$$

Ripristinando la variabile  $x$ :

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5} = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C$$