

**Esercizio 1012**  
(File scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3-5x^2}}$$
$$\int \frac{\cos x}{\alpha^2 + \sin^2 x} dx$$

\*\*\*

**Soluzione**

Il primo si esprime attraverso la funzione arcsin. Infatti:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3-5x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\sqrt{\frac{5}{3}}x\right)^2}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \arcsin \left( \sqrt{\frac{5}{3}}x \right) + C$$

Per il secondo scriviamo:

$$\int \frac{\cos x}{\alpha^2 + \sin^2 x} dx = \int \frac{d(\sin x)}{\alpha^2 + \sin^2 x}$$

Ponendo  $t = \sin x$ , l'integrale diventa:

$$F(t) = \int \frac{dt}{\alpha^2 + t^2} = \frac{1}{\alpha^2} \int \frac{dt}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^2}$$
$$= \frac{1}{\alpha} \int \frac{d\left(\frac{t}{\alpha}\right)}{1 + \left(\frac{t}{\alpha}\right)^2} = \frac{1}{\alpha} \arctan t + C$$

Ripristinando la variabile  $x$ :

$$\int \frac{\cos x}{\alpha^2 + \sin^2 x} dx = \frac{1}{\alpha} \arctan \left( \frac{\sin x}{\alpha} \right) + C$$