Equazioni parametriche di una retta

(File scaricato da http://www.extrabyte.info)

Sia $R(Oxyz)$ un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio ordinario $\mathbb{R}^3$. Assegnata una retta r, siano $\Omega(x_1, y_1, z_1), P(x_2, y_2, z_2)$ due punti assegnati di r. Consideriamo poi un punto $Q(x, y, z)$ variabile su r.
Restano così individuati i vettori $\mathbf{v} = \overrightarrow{\Omega P}$, $\mathbf{w} = \overrightarrow{\Omega Q}$. Evidentemente:

$$\mathbf{w} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1), \ \mathbf{v} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

Abbiamo:

$$\left.\begin{array}{c} \Omega,\ P,\ Q \text{ sono} \\ \text{allineati} \end{array}\right) \Longrightarrow \exists t \in \mathbb{R} \mid \mathbf{w} = t\mathbf{v}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} x - x_1 = t(x_2 - x_1) \\ y - y_1 = t(y_2 - y_1) \\ z - z_1 = t(z_2 - z_1) \end{cases}$$

Siccome il punto Q è variabile su r, segue che t è un parametro reale variabile da $-\infty$ a $+\infty$. Abbiamo così ottenuto le equazioni parametriche della retta r passante per due punti assegnati (x_1, y_1, z_1) e (x_2, y_2, z_2):

$$\begin{cases} x = x_1 + t(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + t(y_2 - y_1) \\ z = z_1 + t(z_2 - z_1) \end{cases} \tag{1}$$

Ricordiamo che una terna di numeri direttori di tale retta r è: $(l, m, n) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$, onde le (1) si riscrivono:

$$\begin{cases} x = x_1 + lt \\ y = y_1 + mt \\ z = z_1 + nt \end{cases}$$